

MECÁNICA NEWTONIANA

ANDRÉS ACEÑA



MANUALES

MECÁNICA NEWTONIANA

ANDRÉS ACEÑA



Aceña, Andrés

Mecánica newtoniana / Andrés Aceña. - 1a ed. - Ciudad Autónoma de Buenos Aires : Eudeba, 2022.

Libro digital, PDF - (Manuales)

Archivo Digital: descarga

ISBN 978-950-23-3296-3

1. Mecánica. I. Título.

CDD 531.01



Eudeba

Universidad de Buenos Aires

Primera edición: enero de 2023

© 2023

Editorial Universitaria de Buenos Aires

Sociedad de Economía Mixta

Av. Rivadavia 1571/73 (1033) Ciudad de Buenos Aires

Tel.: 4383-8025

www.eudeba.com.ar

Diseño de tapa: *Silvina Simondet*

Corrección y composición general: Eudeba

Queda rigurosamente prohibida, sin la autorización escrita de los titulares del "Copyright", bajo las sanciones establecidas en las leyes, la reproducción parcial o total de esta obra por cualquier medio o procedimiento, incluidos la reprografía y el tratamiento informático.

Inscripción ley 11.723 en trámite

ISBN edición digital (PDF): 978-950-23-3296-3

A mi compañera en la vida, Marina Tolti.
A mis hijas, Amelia y Antonia.

AGRADECIMIENTOS

Quisiera agradecer a dos apreciados colegas y amigos, Ivan Gentile de Austria y Alejandro Lobos, quienes se tomaron el ingrato trabajo de leer el manuscrito y realizar sugerencias, comentarios y correcciones.

ÍNDICE

Prefacio	11
Introducción	15
1. El espacio y el tiempo	21
1.1. El espacio euclídeo	22
1.2. El espacio físico	26
1.3. Los sistemas de coordenadas	34
1.4. El tiempo	40
1.5. El espacio-tiempo	47
1.6. Ejercicios	48
2. Nociones elementales	51
2.1. Cuerpos y partículas	52
2.2. Posición, velocidad y aceleración	53
2.3. Fuerza	58
2.4. Masa	71
2.5. Ejercicios	76
3. Las leyes de Newton	79
3.1. La primera ley de Newton	80
3.2. La segunda ley de Newton	86
3.3. La tercera ley de Newton	93
3.4. Críticas a las leyes de Newton	94
3.5. Ejercicios	99

4. Construcciones importantes	101
4.1. Las ecuaciones de movimiento y el problema de valores iniciales	101
4.2. Simetrías en mecánica newtoniana	104
4.3. Sistemas de coordenadas no inerciales	107
4.4. Sistemas aislados	110
4.5. Momento lineal	111
4.6. Centro de masa	112
4.7. Trabajo y energía cinética	115
4.8. Energía cinética en el centro de masa	120
4.9. Momento angular	121
4.10. Sistemas conservativos	124
4.11. Fuerzas externas	128
4.12. Ejercicios	129
5. Casos particulares de importancia	131
5.1. Peso	132
5.2. Fricción	132
5.3. Oscilador armónico	137
5.4. Vínculos	140
5.5. Cuerpo rígido	143
5.6. Mecánica del continuo	148
5.7. Ejercicios	158
6. Gravitación newtoniana	161
6.1. La ley de Newton de la gravitación universal	162
6.2. El problema de dos cuerpos	163
6.3. Fuerza central	165
6.4. Energía potencial e integración en fuerza central	168
6.5. El problema de Kepler	169
6.6. Las leyes de Kepler	171
6.7. Ejercicios	173
7. Direcciones futuras y límites de la teoría	175
Bibliografía	182

PREFACIO

Se dice que un prefacio es una disculpa, una disculpa por lo que viene, por el libro que se escribió pensando en el libro que se podría haber escrito o, incluso, pensando que con un poco más de criterio el libro nunca hubiera sido escrito. En mi caso, por lo menos, hace falta una respuesta a ¿por qué escribir un libro de mecánica newtoniana? y, más importante, a ¿por qué a alguien le podría interesar este libro de mecánica newtoniana en particular? Tengo una respuesta para la primera pregunta, no tanto para la segunda.

Este libro nace de las cosas que sentí que me faltaron en mi propia formación, de las preguntas que surgían al ir aprendiendo física y, en concreto, mecánica newtoniana. Las dudas no eran tanto sobre cómo calcular algo o sobre cómo plantear un problema para resolverlo, sino que –creo– eran más de fondo. Del tipo ¿cómo estoy seguro de que las coordenadas que estoy usando son las correctas?, ¿por qué considero que el tiempo es especial, no podría usar otro parámetro?, ¿qué hay de tan especial en los sistemas inerciales? Con el tiempo y con mi formación en física he ido encontrando respuestas a esas preguntas y llenando los huecos, sintiendo que entiendo en forma más profunda y global la teoría. Entonces, este libro ha sido escrito para contarles esta versión de la teoría, para hacer hincapié en el paradigma y para tratar de que se entienda como un sistema coherente. En particular, he puesto énfasis en las “reglas de correspondencia”, o sea, las reglas que dicen cómo los conceptos matemáticos se relacionan con procedimientos y cantidades en el mundo físico. También he hecho hincapié en la falsabilidad de la teoría, esto es, en encontrar los puntos donde se podría ver que la teoría está mal.

Para la otra pregunta, sobre a quién le podría interesar este libro, espero que sea de utilidad para quienes se encuentran con las mismas preguntas que yo me encontré. Para quienes quieran una discusión desde los fundamentos sin subestimar

la teoría, sin suponer que las dudas se resuelven “cuando se entiendan otras teorías más avanzadas”, o que simplemente con resolver una cantidad grande de ejercicios se responden las preguntas de fondo. Claro que el éxito y la utilidad del libro deben ser juzgados por quien lee.

Conviene hacer algunas aclaraciones sobre lo que no es este libro, para tener una mejor perspectiva al encarar su lectura. Este libro no es un libro de matemática, ni siquiera es un libro de física que se toma el trabajo de explicar la matemática que hace falta. Esto tiene dos razones. Primero, una práctica, que es el tamaño y la complejidad del libro. Considero que para hacer un uso profundo de la teoría de la mecánica newtoniana y, en particular, de este libro, hace falta haber entendido la matemática que se corresponde con un curso de álgebra lineal y un curso de análisis multivariable. Hay que saber qué es un espacio vectorial y cómo derivar un vector o hacer una integral de línea. Por lo tanto, si mi intención fuera escribir un libro de mecánica newtoniana “con matemática incluida”, tendría que escribir algo así como tres o cuatro libros en uno: tres de matemática y uno de física. La segunda razón es más conceptual y viene del hecho de que no toda la matemática que se aprende en los cursos mencionados se utiliza directamente en este libro. Entonces, me encontraría con el dilema de escribir sobre una buena cantidad de temas de matemática sin aplicación directa a la física que se quiere discutir, lo cual sería un desvío innecesario y cansador. Como contracara, para aprender la matemática, sí hacen falta esos temas que no incluiría, con lo que dejaría en el libro lagunas del lado de la matemática. Esto me parece más perjudicial que el beneficio que se podría obtener de incluir la “matemática mínima”. Recomiendo, por lo tanto, tener en cuenta que este libro no entrega las herramientas matemáticas que se necesitan para comprender la mecánica newtoniana.¹ Lo dicho hasta acá no quiere decir que no va a haber matemática en el libro; al contrario, no hay física sin matemática. No sabemos hacer física sin matemática, y mucho menos física teórica. Por ende, he incluido discusiones y presentaciones del lado de la matemática donde me parece que son relevantes. Esto se nota especialmente en el capítulo dedicado al espacio euclídeo, por la importancia que tiene dentro de la teoría. De vuelta, no considero que lo presentado sirva para “aprender” matemática, sino que está hecho para que quede clara la conexión entre los conceptos matemáticos y la física. Con esto en mente, también voy a hacer un uso discrecional de los desarrollos matemáticos, brindándoles espacio a cálculos que pueden parecer sencillos u obvios, pero que considero tienen valor pedagógico. Por el lado de la física, si bien aquí se empieza “desde cero”, el camino es menos empinado si ya se tiene la familiaridad que otorga un curso de mecánica newtoniana elemental.²

De especial importancia para quien lee es que los ejercicios son una parte integral del libro. Saber “las palabras de la física” sin saber “utilizar la física” es

1. Como sugerencia de libros que, en conjunto, reúnen toda la matemática que aquí hace falta (y bastante más) están [6], [9], [15] y [11]. Si se quiere ir más allá de la matemática que el presente libro requiere, pero sin perder de vista la utilidad en física, sugiero [2], [10] y [5].

2. Sugiero para esto los libros [12] y [4].

no saber física, y ahí es donde son indispensables los ejercicios. Me he esforzado para que no sean muchos, pero que sí sean significativos; intenté que cada ejercicio ayude a profundizar y entender mejor los conceptos y que a la vez permita un manejo práctico de la teoría. Los ejercicios no son autocontenidos y, muchas veces, hay que buscar material fuera de este libro para poder resolverlos.

Debo también aclarar que este libro no está escrito desde una perspectiva histórica, no sigue un recorrido histórico y no hace honor a las diferentes personas que contribuyeron al desarrollo de la teoría. En este sentido, cuando digo “mecánica newtoniana” me refiero al paradigma completo, sabiendo que, por supuesto, no solo Newton estuvo involucrado y que no solo él pensó en “las leyes de Newton”. Conocer la historia de la ciencia es, sin duda, enriquecedor, y creo que ayuda a ser mejor en el “hacer ciencia”, pero para este libro en particular requeriría un desvío sustancial del objetivo principal, junto con un conocimiento que no poseo.

Respecto al estilo de escritura del libro, uso el plural para las discusiones. Esto no es porque sufra de un trastorno de personalidad –por lo menos no de uno diagnosticado–, sino que en ese plural incluyo a quien lee. Yo, que escribo, y quien lee vamos pensando los distintos temas de mecánica newtoniana, haciendo las cuentas del desarrollo matemático y obteniendo conclusiones. Me he esforzado por ser claro en el desarrollo de las ideas, lo que también quiere decir que si en algún momento me encuentro con conflictos de estilo, por ejemplo, repitiendo argumentos, frases o palabras, he optado por priorizar la claridad y sacrificar la “calidad literaria”.

Finalmente, quisiera decir que este libro está escrito con la esperanza de que sea útil para quienes están aprendiendo mecánica newtoniana, para ayudarles a entender los detalles conceptuales de la teoría y cómo funciona el paradigma. La disculpa, entonces, es proporcional a qué tan lejos haya estado de lograr ese objetivo.

INTRODUCCIÓN

La mecánica newtoniana es una teoría física. O sea que, en sentido amplio, es una teoría sobre cómo se comporta la naturaleza. Dentro de las teorías físicas, trata sobre mecánica, esto es, sobre el movimiento de los cuerpos. Claro que, para hablar del movimiento de los cuerpos, tiene que hablar de dónde se mueven los cuerpos y, por lo tanto, también es una teoría del espacio y del tiempo. La mecánica newtoniana tiene el privilegio especial de ser históricamente la primera teoría física que logró atisbos de universalidad. Fue la primera que intentó abarcar la descripción de todos los fenómenos físicos. Resultó tan exitosa que se intentó llevar el resto de la física –o sea, las teorías que no eran sobre mecánica– al lenguaje de la mecánica newtoniana, y explicarlas como consecuencias de sus principios.

También es una teoría que funciona muy bien. Decir que una teoría funciona bien quiere decir que sus predicciones se corresponden con los resultados de los experimentos y las observaciones. Por lo tanto, qué tan bien funciona una teoría depende de los experimentos que podamos realizar. Esto parece dejarnos en un dilema filosófico, algo así como una relatividad de la certeza de una teoría. Vamos a dejar ese problema para los libros de epistemología y afirmaremos que, en términos experimentales, la mecánica newtoniana funciona muy bien. Con esto queremos decir que: si los objetos se mueven a velocidades bajas –donde una velocidad es baja si es chica en comparación con la velocidad de la luz–, si las distancias son pequeñas –donde pequeña significa distancias del orden del sistema solar y todavía mayores–, pero no demasiado pequeñas –o sea, mayores que algunos cientos de nanómetros–, si nuestros relojes son malos –malos como que necesitamos relojes atómicos para que empiecen a ser buenos–, si nuestras reglas son toscas –algo así como errarle por algunos átomos por metro– y si la

energía de los procesos son bajas –comparadas con la energía correspondiente a la masa del sistema–, entonces las predicciones de la mecánica newtoniana son excelentes. Esto quiere decir que, para las condiciones usuales en las que vivimos, las predicciones de la mecánica newtoniana son excelentes. Gracias al trabajo de una cantidad innumerable de personas, ahora tenemos relojes mejores y reglas mejores, y podemos ver fenómenos a distancias apabullantes con energías increíbles y, por lo tanto, sabemos que la mecánica newtoniana no produce buenas predicciones en esos casos. También tenemos teorías mejores y, puntualmente, tenemos una teoría mejor del espacio-tiempo y la gravedad, la relatividad general, que sí produce predicciones excelentes, incluso en esos casos.

Entonces, surge la pregunta de por qué estudiar mecánica newtoniana, si podríamos empezar directamente con relatividad general. La razón primordial es que la relatividad general es más difícil en términos matemáticos y conceptuales, con lo que se necesita un bagaje matemático mayor. También resulta que la relatividad general está alejada de la experiencia más directa que tenemos las personas. O sea, conceptualmente nos resulta más sencillo entender la mecánica newtoniana. Considero que el tiempo que se dedica a la mecánica newtoniana no es tiempo desperdiciado; al contrario, si alguien decidiera por un capricho estudiar solo una teoría física, sugeriría fuertemente que fuera mecánica newtoniana. Con la mecánica newtoniana se pueden pensar e interpretar la gran mayoría de los fenómenos físicos a los que usualmente tenemos acceso; también la construcción conceptual y la matemática asociada son suficientemente accesibles como para poder obtener resultados y explicaciones excelentes para los fenómenos cotidianos e, incluso, para muchos fenómenos fuera de la experiencia diaria, que se considerarían parte de una investigación avanzada en física.

En términos de qué se presenta en este libro, se lo podría dividir en tres grandes secciones. La primera serían los Capítulos 1, 2 y 3. Estos capítulos contienen el núcleo de la teoría. Son, en cierta medida, lo mínimo que hace falta para poder considerar que se sabe de mecánica newtoniana. El Capítulo 4 contiene conclusiones generales que se obtienen de los primeros capítulos y la construcción de conceptos asociados. Hasta cierto punto también, sin este capítulo se pensaría que no está completa la teoría; sin embargo, lo considero como una sección aparte por el hecho de que son deducciones de lo que se tiene en la primera parte. La tercera parte contiene lo que serían aplicaciones de la teoría, presentadas en los Capítulos 5 y 6. En este caso, no son propiamente deducciones de la teoría, o sea, no son cosas que se puedan saber con solo utilizar los primeros capítulos y definir nuevas cantidades, sino que entramos en el uso de la teoría para casos particulares, donde tenemos que conocer formas de interacción específicas entre cuerpos. En el Capítulo 6, nos encontramos con la gravitación newtoniana, la cual fue sin duda el mayor éxito de la teoría, al encontrar la ley que explica el movimiento de los cuerpos celestes y la caída de los cuerpos sobre la Tierra. Con este temario considero que se tiene una comprensión acabada del núcleo de la teoría, de las bases conceptuales y matemáticas, de los conceptos derivados fundamentales y de las aplicaciones más importantes. Queda entonces para quien llegue al final la

pregunta de cuáles son las puertas que se abren, por dónde continuar y, para eso, está el Capítulo 7.

Antes de pasar a discutir la teoría, quedan un par de aclaraciones de carácter general que vale la pena tener en cuenta. La primera se refiere a que he intentado hacer hincapié en las reglas de correspondencia y la falsabilidad de la teoría. Considero que tomar del positivismo lógico la idea de reglas de correspondencia es especialmente útil en el estudio y análisis de la mecánica newtoniana. Las reglas de correspondencia son la forma en que ligamos los conceptos teóricos y, en especial, la matemática, con procesos en el mundo físico. Tener explícitamente dichas reglas nos permite diferenciar la estructura matemática que utilizamos de la forma en que verificamos si esa estructura se aplica a la naturaleza. En particular, como la mecánica newtoniana es también una teoría del espacio y del tiempo, y dada la familiaridad innata que tenemos con el espacio y el tiempo, a pesar de las dificultades obvias que se nos presentan si intentamos definir cualquiera de esos conceptos, me parece que, sin hablar de reglas de correspondencia, resulta ambiguo qué consideramos estructura matemática, qué consideramos definiciones abstractas y qué consideramos que estamos midiendo o trasladando de la teoría matemática al mundo físico.

Además, una teoría física, para tener contenido científico, tiene que ser falsable. O sea, tiene que existir la posibilidad de que al realizar un experimento encontremos que las predicciones de la teoría no se corresponden con el resultado del experimento. Esto hace que la teoría pueda ser descartada en favor de una teoría con mayor poder predictivo. Una teoría que “no puede probarse que esté mal” no tiene valor científico, en todo caso es una colección de tautologías. Mi impresión es que, cuando se presentan teorías físicas, o bien se considera que son teorías descartadas y, por lo tanto, se presenta el por qué estaban mal como si fueran razones obvias, lo que da la impresión de que quienes creyeron en ellas tenían algún tipo de negación a ver lo obvio, o bien se presenta el contenido teórico como si fuera una construcción cerrada y con conclusiones verdaderas. En este caso se espera que sea obvio que las conclusiones de la teoría y sus predicciones son afirmaciones falsables y que, por lo tanto, un experimento que muestre que esas predicciones no se corresponden con los resultados haría que se busquen mejores teorías. Si bien esto no es incorrecto en sí mismo, para quien está estudiando una teoría por primera vez puede parecer que la teoría representa una verdad absoluta y, cuando ello sucede, ya no se está haciendo física. También me parece que lleva a que no quede claro cuáles son los postulados de la teoría, cuáles sus conclusiones ni dónde están las reglas de correspondencia y, por lo tanto, no queda claro qué cosas tienen que estar sujetas a verificación experimental. Por ello, considero que es importante, ya que brinda una profundidad mucho mayor, explorar las posibilidades de falsar una teoría. Esto lo he hecho en varias partes de este libro y sugiero que se haga también cuando se estudia cualquier teoría científica.

Hay que aclarar entonces qué vamos a considerar conceptos fundamentales o cómo arribamos a ellos. Por un lado, tenemos los conceptos matemáticos. Supondremos que nos vienen dados desde la matemática. O sea, tenemos la construcción

usual, donde algunos conceptos se definen como primitivos, se plantean axiomas y se obtienen conclusiones lógicas. Por ejemplo, consideramos que el conjunto de los números reales, con sus operaciones usuales y sus propiedades matemáticas, están dados y no nos vamos a preocupar más por qué son. Por otro lado, tenemos los conceptos físicos fundamentales. En este caso, no nos vamos a preocupar por “qué son”, sino que nos vamos a preocupar por “qué mido”. Una vez que tengamos definido un proceso de medición, consideramos satisfecha la necesidad de “definir” el concepto. Quizás “el tiempo” es un buen ejemplo al respecto. Si nos preguntamos “¿qué es el tiempo?”, podemos intentar dar una respuesta filosófica. Como ese no es nuestro objetivo, podemos ir al mundo físico y decir que “el tiempo es lo que se mide con un reloj”. Ahora tenemos el problema de que existen muchos relojes distintos y no todos andan igual; además, suponemos que el tiempo, siendo uno de los conceptos fundamentales que vamos a usar, no tendría que estar sujeto a un objeto físico particular. También tenemos el problema de que, si nos preguntamos “¿qué mido con un reloj?”, la respuesta es “el tiempo”, y parece que hemos caído en un argumento circular. La solución a esto es no preguntarnos ¿qué es el tiempo?, sino dar una serie de reglas para decir qué es un reloj. Una vez que tengamos esas reglas, podemos construir un representante de todos los posibles relojes y ahora decimos que los relojes miden “tiempo”. En este proceso, vamos a asignar propiedades al “tiempo”; estas propiedades vienen dadas por cómo esperamos que se comporten los relojes. O sea, vienen asociadas directamente a las reglas que usamos para decir qué es un reloj y no a una idea filosófica de tiempo. Por lo tanto, esas propiedades están sujetas a verificación experimental. Ya sé que filosóficamente esta respuesta es insatisfactoria: seguimos sin saber qué es el tiempo. Sin embargo, desde el punto de vista de una teoría física, es todo lo que necesitamos e, incluso, es más satisfactoria que una respuesta filosófica a la pregunta ¿qué es el tiempo?, ya que no está basada en lo que esperamos o consideramos que sea el tiempo, sino en procedimientos que podemos llevar a cabo y someter a experimentación. Después de haber dicho cómo construir relojes y cuáles son las propiedades que consideramos que tienen, vamos a llamar a la magnitud que miden los relojes “el tiempo”. A partir de ahí, vamos a hablar del tiempo como si hubiéramos respondido a la pregunta ¿qué es el tiempo? Por ejemplo, vamos a decir “derivamos con respecto al tiempo”, en lugar de decir “derivamos con respecto a la magnitud obtenida con un reloj construido de acuerdo con el procedimiento descrito anteriormente”, porque obviamente es mucho menos engorroso usar la primera afirmación. Pero, entonces, cada vez que digamos “tiempo”, tenemos que saber que nos referimos a “la magnitud obtenida con un reloj construido de acuerdo con el procedimiento descrito anteriormente”. Esto mismo va a suceder con todas las magnitudes que consideremos cantidades fundamentales, las vamos a definir en términos de reglas de medición y, luego, vamos a usar su nombre como una forma reducida de referirnos a dichas reglas. Con las cantidades derivadas, que son las cantidades que construimos a partir de las cantidades fundamentales, no hace falta y, en realidad, es contraproducente realizar dicho proceso. Si definimos una cantidad en términos de cosas que ya hemos definido y, a la vez, damos una definición en términos del

procedimiento para medirla, estamos sobredeterminando la teoría, poniendo cosas que tendrían que ser conclusiones entre los postulados. O bien tenemos buena suerte y las conclusiones coinciden con los postulados, lo que hace que la teoría tenga más postulados de los que necesita, o bien tenemos mala suerte, la teoría es contradictoria y va directo al tacho de basura. Las leyes físicas, finalmente, suelen ser relaciones entre cantidades fundamentales y cantidades derivadas. Esto les da su poder predictivo, dicen de todas las infinitas posibles relaciones que podrían tener las cantidades físicas cuáles consideramos que ocurren en la naturaleza y, por lo tanto, las leyes están sujetas a testeo experimental. Por todo esto, más de una vez, especialmente para la discusión de conceptos fundamentales, va a haber que hablar de conceptos que no tienen una definición filosófica y donde entrar en esa discusión es contraproducente desde la física. En estos casos, vamos a referirnos en forma vaga a “entidades” y, en particular, a “entidades físicas” cuando querramos hacer hincapié en que consideramos el concepto un “objeto” en la naturaleza. Quizás, el ejemplo directo de esto es el espacio físico. Si empezamos buscando una “definición” de espacio, no logramos salir de allí y, por lo tanto, es conveniente decir que “hay una entidad física a la que llamamos espacio”, sin respuesta filosófica satisfactoria, pero que nos permite avanzar en la discusión.

De lo anterior queda claro que vamos a tener que especificar procedimientos en el mundo físico, por ejemplo, para decir cómo medimos el tiempo o cómo medimos longitudes. He optado siempre por utilizar las construcciones que resulten conceptualmente más sencillas y directas, y sacrificar quizás la precisión si se fuera a realizar el procedimiento. Como ejemplo de esto, para determinar qué es una recta en el espacio, se utilizarán hilos en lugar de láseres u otros objetos tecnológicamente más avanzados. Sin duda, la precisión que se puede obtener es mayor con los procedimientos tecnológicos modernos, pero, a la vez, dichos procedimientos llevan más consideraciones implícitas y conocimiento sobre otras áreas de la física y la tecnología. Por ejemplo, para utilizar láseres para determinar líneas rectas tendríamos que, o bien aceptar sin justificación que producen líneas rectas, o bien hablar, por lo menos, de óptica geométrica. Para no entrar en vericuetos respecto a la tecnología, prefiero hablar de hilos tensionados, que es algo que cualquiera puede hacer y comprender, y dejar abierta la posibilidad de que se mejore la precisión con procedimientos técnicamente más avanzados.

Respecto a las unidades para las cantidades, vamos a usar el sistema internacional de unidades (SI). Por supuesto que esto no es absolutamente necesario, el SI es una convención y podríamos utilizar otra, igual de arbitraria. Sin embargo, el SI es la convención arbitraria que ha aceptado la mayoría de la comunidad científica y, por lo tanto, simplifica el tener que explicar qué unidades se utilizarán. Otra opción sería intentar “liberarnos” de los sistemas de unidades, diciendo algo así como “utilizamos dos marcas en un pedazo de metal como patrón de longitud, y a esa distancia la llamamos unidad de longitud”, con lo cual después tendríamos que utilizar frases como “la unidad de fuerza es tal que un cuerpo de una unidad de masa experimenta una aceleración de una unidad de aceleración, definida la unidad de aceleración en términos de las unidades de longitud y de tiempo”. Realmente